Prof. Dr. Alfred Toth

„In der Semiotik muss man nur auf 3 zählen können" (Max Bense)

1. Das Titelzitat stammt aus Benses letzter wöchtentlicher Vorlesung im Winter-Semester 1989/90 an der Universität Stuttgart und beeindruckte die beiden damals anwesenden Mathematiker, Günther Sigle und den Verfasser dieser Zeilen, einigermassen.

2. Tatsächlich hatte Bense (1980) die Fundamentalkategorien als „Primzeichen"-Relation

PZR = (1, 2, 3)

einführt. Allerdings steht hier die 1 für ^1R, die 2 für ^2R und die 3 für ^3R, so dass man also genauer schreiben sollte

PZR = $^3R(^1R, ^2R, ^3R)$,

zu lesen also: Die Primzeichen bilden eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation. Denn tatsächlich hatte Bense ja kurz zuvor das Verhältnis von (^1R, ^2R, ^3R) als „verschachtelte" Relation wie folgt definiert (Bense 1979, S. 53):

ZR = $(M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Relational geschrieben ist das also

PZR = $R(^1R, ((^1R \rightarrow {}^2R), (^1R \rightarrow {}^2R \rightarrow {}^3R)))$,

wobei die grosse Frage auftaucht, welche Valenz das initiale R vor der Klammer hat. 6? Oder 14?

3. Direkt mit der Valenz der übergeordneten, umfassenden Relationen verschachtelter Relationen hängen nämlich verschiedene mögliche Zähl- bzw.

Zahlensysteme zusammen. Wir können z.B. zeigen, dass Benses Primzeichen-Relation PZR = (1, 2, 3), worin er die Relationen mit den ersten zwei Primzahlen sowie der 1 identifizierte (und später das Ordnungsprinzip analog dem Peanoschen Nachfolgeprinzip konstruieren wollte [Bense 1975, S. 171 ff., 1983, S. 192 ff.]) falsch ist, denn in der Semiotik wird einfach nicht 1, 2, 3 gezählt – obwohl es gewissermassen richtig ist, zu sagen, in der Semiotik müsse man nur bis drei zählen können. Allerdings verlangt dieses Zählen bis zur 3 ein ganz anderes als normales Verständnis der mengentheoretischen Grundlagen der Semiotik.

Der Grund: Da

${}^{1}R \subset {}^{2}R \subset {}^{3}R$

gilt, gilt auch:

$M \subset \{M\}$, $O \subset \{O\}$, $I \subset \{I\}$

und damit

$ZR \subset \{ZR\}$

und wegen I = ZR

$ZR = \{ZR\}$,

was zu Aczels Zirkelparadoxie führt (Aczel 1988, S. 6), falls wir nicht das Fundierungsaxiom ausschalten und sog. Mirimanoff-Folgen zu lassen, also das, was das berühmte Bild auf den „La vache qui rit"-Streichkäslein oder Mani Matters Lied „Bim Coiffeur" beinhaltet. Klassisch, d.h. mit Fundierungsaxiom, gilt nämlich

$ZR \cup \{ZR\} = \emptyset$,

und wegen ZR = {ZR} kämen wir dann nämlich zu

$ZR = \emptyset$,

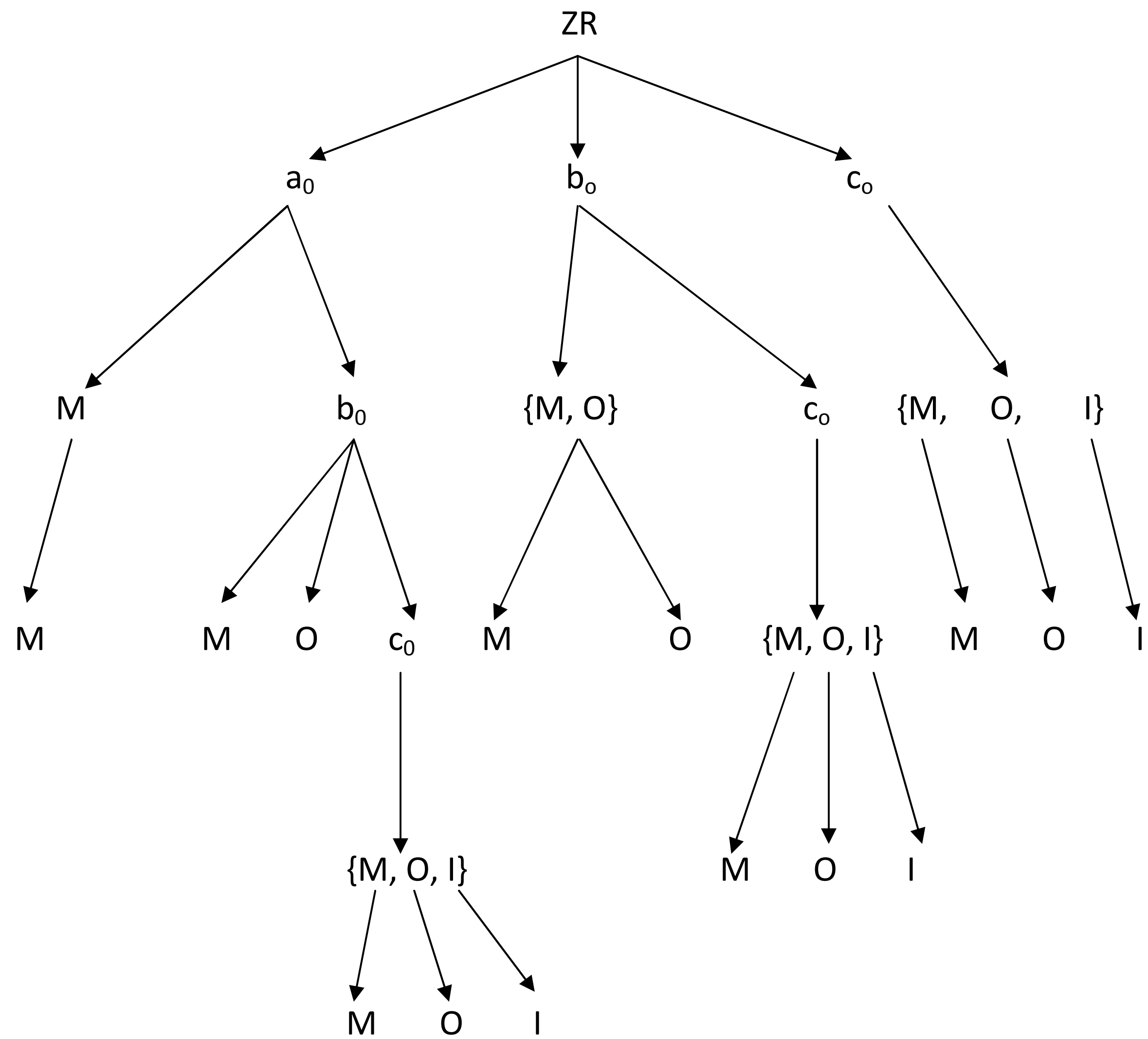
in Widerspruch zu PZR und ZR.

3. Während nämlich das Zählen bis 3 bei den Peano-Zahlen eine lineare Folge bildet:

$1 \to 2 \to 3$,

kann davon bei den verschachtelten Peirce-Zahlen, wie wir nun besser anstatt Primzeichen sagen, keine Rede sein:

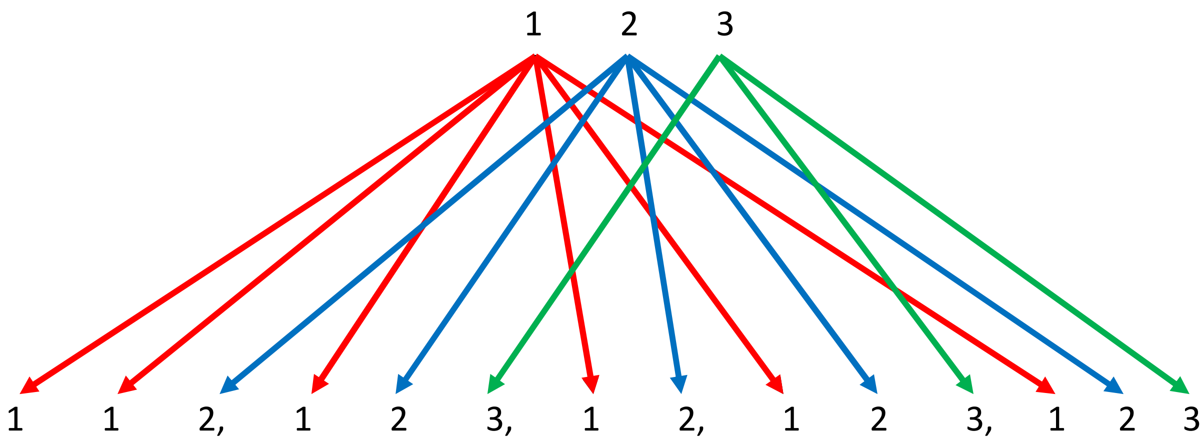
ZR = $\{a_0, b_0, c_0\}$, $a_0 = \{M, b_0\}$, $b_0 = \{\{M, O\}, c_0\}$, $c_0 = \{M, O, I\}$:



Und die Zahlenfolge der Peirce-Zahlen lautet demgemäss:

112, 123, 12, 123, 123

Es werden also 14 Ziffern benötigt, um in einem Zahlensystem auf 3 zu zählen, in dessen mengentheoretischer Basis das Fundierungsaxiom durch das Anti-Fundierungsaxiom ersesetzt ist. Die komplexe Beziehung zwischen den Peano- und den Peirce-Zahlen kann man z.B. wie folgt andeuten:



Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden –Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

9.7.2010